

# OLIMPIADA DE MATEMATICA 2012

## FAZA LOCALA

### VASLUI

#### Clasa a V-a

1. Determinați numerele naturale nenule  $a, b, c, d$  știind că  $a^2 + 6b^2 + 3c + 9d = 43$ .

2. Fie numărul  $a = 7 + 97 + 997 + 9997 + \dots + \underbrace{999\dots97}_{2012}$ .

- a) Să se determine câte cifre de 4 sunt folosite în scrierea numărului  $a$ ;
- b) Să se determine restul împărțirii numărului  $a$  la 111.

3. Se dau mulțimile  $A = \{\overline{ab} \in \mathbb{N} / \overline{ab} \leq 3(a+b)\}$  și  $B = \{\overline{xy} \in \mathbb{N} / \overline{x1} + \overline{1y} - 4y = 3(x+y)\}$ .

Să se determine mulțimile  $A \cap B$  și  $A - B$ .

4. Arătați că:

a) Numărul  $N = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2008}$  este divizibil cu 15.

b) Numărul  $\frac{1}{2} \cdot N + 1$  este pătrat perfect.